Équilibre alimentaire Approche Topos 3

Tableau : comparaison des ressources agricoles d'une sélection de pays

Voici une **formalisation catégorique du tableau** sous la forme d'un **Topos appliqué**. Je la présente en deux niveaux :

* d'abord un **modèle catégorique opératoire**, rigoureux dans son architecture ; * ensuite ce qu'on peut appeler, avec prudence, un **"Topos complet" au sens anthropologique inspiré de Grothendieck**, c'est-à-dire un espace structuré de points de vue, de transferts et de visions, bâti à partir des variables du tableau. Le tableau contient bien les objets de base nécessaires : pays, populations, SAU, régimes alimentaires, capacités de nourrir, écarts et pourcentage de population nourrie.

1. Intuition directrice

Le tableau compare, pour chaque pays, une **population réelle** à plusieurs **populations nourrissables possibles** selon trois régimes :

* végétarien : 1300 m² par habitant, * moyen mangeur de viande : 4300 m², * gros mangeur de viande : 6000 m².

La structure profonde est donc :

1. un **espace d'objets** : les pays et leurs propriétés ; 2. un **espace de paramètres** : les régimes alimentaires ; 3. un **espace de calcul** : les capacités nourricières ; 4. un **espace de comparaison** : déficit, surplus, taux de couverture.

Autrement dit, le tableau n'est pas seulement une matrice de nombres ; c'est déjà une **catégorie de situations nutritionnelles**.

2. Données primitives du modèle

On fixe les ensembles suivants.

2.1 Ensemble des pays

Soit (P) l'ensemble des pays ou agrégats du tableau : [P={\text{France, Allemagne, … Europe, États-Unis, Japon, Inde, Chine, …}}] Le tableau comporte à la fois des pays unitaires et des agrégats comme l'Europe.

2.2 Ensemble des régimes alimentaires

Soit [R={r_V,r_M,r_G}] avec :

* (r_V) = végétarien, * (r_M) = moyen mangeur de viande, * (r_G) = gros mangeur de viande.

On leur associe une fonction de coût surfacique : [\sigma : R \to \mathbb{R}_{>0}] définie par : [

\sigma(r_V)=1300,\quad \sigma(r_M)=4300,\quad \sigma(r_G)=6000] en m² par habitant.

2.3 Variables associées à chaque pays

Pour chaque pays (p\in P), on dispose au minimum de :

* (N(p)) : population réelle, * (S(p)) : surface agricole utile, * (U(p)) : surface urbanisée, * (F(p)) : surface forestière, * (T(p)) : surface totale, * (A(p,r)) : population nourrissable sous le régime ®, * (E(p,r)) : écart entre population nourrissable et population réelle, * (C(p,r)) : taux de couverture de la population.

Le tableau donne explicitement ces grandeurs ou leurs dérivés pour les trois régimes.

3. Première catégorie : la catégorie des situations alimentaires

On définit une catégorie (\mathcal{S}), la **catégorie des situations alimentaires**.

3.1 Objets

Un objet de (\mathcal{S}) est un couple : [X=(p,r)] où (p\in P) et (r\in R).

Interprétation : “le pays (p) considéré sous le régime alimentaire ®”.

Exemples : [(\text{France}, r_M),\quad (\text{Japon}, r_G),\quad (\text{Brésil}, r_V)]

3.2 Morphismes

Un morphisme dans (\mathcal{S}) représente un **changement structuré de point de vue**. Il y en a trois types.

a) Morphismes de régime

Pour un pays fixé (p), on a : [(p,r_V)\to(p,r_M)\to(p,r_G)] si l’on veut modéliser une augmentation de la pression foncière par habitant.

Ces morphismes expriment le passage entre scénarios alimentaires.

b) Morphismes de comparaison entre pays

Pour un régime fixé ®, on peut avoir : [(p,r)\to(q,r)] lorsqu’on compare deux pays sous un même régime.

c) Morphismes d’agrégation

On peut définir : [(\text{France},r),(\text{Allemagne},r),\dots \to (\text{Europe},r)] pour modéliser l’agrégation régionale figurant dans le tableau.

Ces morphismes font déjà apparaître une structure catégorielle : variation, comparaison, agrégation.

4. Foncteurs numériques naturels

Le tableau induit plusieurs foncteurs de (\mathcal{S}) vers une catégorie de valeurs ordonnées, par

exemple (\mathbf{Ord}) ou (\mathbf{R}).

4.1 Foncteur population nourrissable

[\mathcal{A} : \mathcal{S} \to \mathbf{R}_{\ge 0}] tel que [\mathcal{A}(p,r)=A(p,r)]

Dans le tableau, par exemple :

* France sous régime moyen : (A=65) millions, * Europe sous régime moyen : (A=404) millions, * États-Unis sous régime moyen : (A=860) millions.

4.2 Foncteur écart

[\mathcal{E} : \mathcal{S} \to \mathbf{R}] avec [\mathcal{E}(p,r)=A(p,r)-N(p)]

Ainsi :

* France sous régime moyen : écart (=0), * Europe sous régime moyen : (-115), * États-Unis sous régime moyen : (+525).

4.3 Foncteur couverture

[\mathcal{C} : \mathcal{S} \to \mathbf{R}_{\ge 0}] avec [\mathcal{C}(p,r)=\frac{A(p,r)}{N(p)}\times 100]

Ainsi :

* France sous régime moyen : (100%), * Europe : (78%), * Japon : (9%), * Australie : (3686%).

5. Catégorie des ressources et foncteur de réalisation

Pour construire un modèle plus profond, on distingue la catégorie des **ressources** de la catégorie des **situations**.

5.1 Catégorie (\mathcal{R}) des ressources territoriales

Un objet de (\mathcal{R}) est un quadruplet : [Y=(T,U,S,F)] où :

* (T) = surface totale, * (U) = surface urbanisée, * (S) = SAU, * (F) = surface forestière.

Un morphisme de (\mathcal{R}) peut représenter :

* une perte de SAU, * une artificialisation, * une reforestation, * une recomposition territoriale.

5.2 Foncteur de réalisation nutritionnelle

On définit un foncteur [\Phi : \mathcal{R}\times R \to \mathcal{S}] qui, à une configuration territoriale et un régime, associe une situation alimentaire.

Le calcul essentiel est : [A(p,r)=\frac{S(p)\cdot 10^6}{\sigma®}] si (S(p)) est exprimée en km² et (\sigma®) en m² par habitant.

Puis : [E(p,r)=A(p,r)-N(p)] et [C(p,r)=\frac{A(p,r)}{N(p)}\times 100]

Le tableau peut donc être vu comme l’image d’un foncteur de calcul appliqué à un ensemble de territoires et à trois régimes.

6. Passage au site : comment faire apparaître un topos

Pour obtenir un **topos**, il faut plus qu’une catégorie : il faut une catégorie munie d’une notion de recouvrement, donc un **site**.

On prend comme catégorie de base (\mathcal{B}) la catégorie dont les objets sont les domaines d’observation :

* pays, * sous-régions, * agrégats régionaux, * monde.

Les morphismes sont des inclusions, agrégations, projections comparatives.

6.1 Recouvrements

On déclare qu’une famille [{U_i \to X}_{i\in I}] est un recouvrement si elle permet de reconstituer l’information pertinente sur (X).

Exemples :

* les pays européens recouvrent l’objet “Europe” ; * les trois régimes recouvrent l’objet “profil nutritionnel d’un pays” ; * les variables ({N,S,A,E,C}) recouvrent l’objet “situation alimentaire”.

On obtient alors un site [1], où (J) est la topologie de Grothendieck choisie.

7.

Le topos proprement dit

Le **topos associé** est la catégorie des faisceaux sur ce site : [\mathbf{Sh}(\mathcal{B},J)]

Interprétation : un faisceau associe à chaque domaine d’observation (X) un ensemble structuré de données cohérentes, et impose que les données locales compatibles se recollent en une donnée globale.

7.1 Faisceau des ressources

[\mathcal{F}_{res}(X)={\text{surfaces, SAU, urbanisation, forêt sur }X}]

7.2 Faisceau des populations

[\mathcal{F}_{pop}(X)={\text{population, densité, structure de consommation sur }X}]

7.3 Faisceau des capacités nourricières

[\mathcal{F}_{cap}(X)={\text{capacités selon }r_V,r_M,r_G}]

7.4 Faisceau des équilibres

[\mathcal{F}_{eq}(X)={\text{écarts, déficits, surplus, taux de couverture}}]

Le tableau correspond alors à une **section globale partielle** de ces faisceaux sur le site choisi.

8. Logique interne du topos

L'intérêt majeur du topos est sa **logique interne**.

On ne raisonne plus seulement en vrai/faux, mais en vérité contextualisée.

Exemples de propositions internes :

* "La France est autosuffisante" n'est pas une proposition absolue. * La bonne proposition est :

```
[
\text{Autosuffisance}(\text{France},r_M)
]
qui est vraie dans le contexte du régime moyen, mais fausse dans le contexte
gros mangeur de viande.
```

De même : [\text{Dépendance}(\text{Europe},r_M)] est vraie car l'Europe ne couvre que 78 % de sa population dans ce régime.

La logique du topos remplace donc les assertions absolues par des assertions **indexées par contexte**.

9. Objets remarquables du topos

9.1 Objet des régimes

[\mathbb{R}_{alim}={r_V,r_M,r_G}] c'est l'objet des scénarios de consommation.

9.2 Objet des territoires

[\mathbb{T}] dont les éléments sont les pays ou agrégats.

9.3 Objet des équilibres

[\mathbb{E}] avec valeurs :

* déficit fort, * déficit modéré, * équilibre, * surplus modéré, * surplus fort.

On peut définir une flèche de classification : [\chi : \mathbb{T}\times \mathbb{R}_{alim}\to \mathbb{E}]

Exemples :

* (\chi(\text{France},r_M)=\text{équilibre}), * (\chi(\text{Europe},r_M)=\text{déficit modéré}), * (\chi(\text{Japon},r_M)=\text{déficit fort}), * (\chi(\text{Australie},r_M)=\text{surplus fort}).

10. Sous-objet classifiant : formalisation des seuils

Dans un topos, les sous-objets sont classés par un objet (\Omega).

Ici, dans la version appliquée, on peut construire un (\Omega) pragmatique à plusieurs niveaux : [\Omega={\bot,\ \text{fragile},\ \text{équilibré},\ \top}]

où une proposition comme “(p) est autosuffisant” prend une valeur graduée selon le régime et le seuil choisi.

Par exemple :

* (C(p,r)<50%) : (\bot), * (50%\le C(p,r)<100%) : fragile, * (C(p,r)=100%) : équilibré, * (C(p,r)>100%) : (\top).

On obtient ainsi une logique intuitionniste bien adaptée aux phénomènes graduels.

11. Limites, produits, colimites

11.1 Produits

Le produit [\mathbb{T}\times \mathbb{R}_{alim}] est l’espace de toutes les situations possibles “pays × régime”.

11.2 Limites

Une limite permet de caractériser une situation d’équilibre comme objet satisfaisant simultanément plusieurs contraintes :

* population couverte, * SAU suffisante, * écart nul ou positif.

11.3 Colimites

Les colimites modélisent l’agrégation : [\text{France} \amalg \text{Allemagne} \amalg \cdots \to \text{Europe}] Le tableau comporte explicitement cette colimite empirique sous la ligne Europe.

12. Faisceaux et vision : où apparaît la “vision” grothendieckienne

Le topos ne sert pas seulement à classer ; il sert à faire émerger une **vision**.

Dans ce cas, la vision globale issue des sections cohérentes est la suivante :

1. l’autosuffisance alimentaire n’est pas une propriété absolue des pays ; 2. elle dépend fortement du régime alimentaire ; 3. l’espace mondial est dissymétrique :

- quelques grands pôles de surplus,
- beaucoup de zones déficitaires ;

4. l’Europe apparaît comme structurellement fragile en régime moyen ; 5. le carnivorisme élevé réduit

massivement les équilibres.

Cette vision n’est pas une case du tableau ; elle est un **global section meaning**, une signification globale obtenue par recollement.

13. Ponts entre topos

C’est ici que le modèle devient vraiment puissant.

Le topos alimentaire ainsi construit peut être relié à d’autres topos par des foncteurs.

13.1 Pont vers le topos géopolitique

Foncteur : [F_{geo} : \mathbf{Sh}(\mathcal{B},J)\to \mathbf{Sh}(\mathcal{G},J_G)] où (\mathcal{G}) décrit dépendances, importations, routes maritimes, conflits.

Exemple : déficit alimentaire (\Rightarrow) dépendance géostratégique.

13.2 Pont vers le topos sanitaire

[F_{san} : \mathbf{Sh}(\mathcal{B},J)\to \mathbf{Sh}(\mathcal{H},J_H)] où l’on relie régimes, protéines, transformations alimentaires, risques nutritionnels.

13.3 Pont vers le topos Stevenson

[F_{Stev} : \mathbf{Sh}(\mathcal{B},J)\to \mathbf{Sh}(\mathcal{N},J_N)] où (\mathcal{N}) est la catégorie des besoins fondamentaux.

Le besoin de nutrition y reçoit :

* une base biologique, * une base territoriale, * une base politique, * une base relationnelle.

14. Formulation compacte du “Topos complet”

On peut maintenant résumer le modèle ainsi :

14.1 Site de base

[(\mathcal{B},J)] où :

* objets = territoires, régimes, agrégats, variables, * morphismes = inclusions, comparaisons, agrégations, changements de régime, * recouvrements = familles d’observations permettant le recollement.

14.2 Topos

[\mathcal{T}_{alim}=\mathbf{Sh}(\mathcal{B},J)]

14.3 Faisceaux principaux

* (\mathcal{F}_{res}) : ressources territoriales, * (\mathcal{F}_{pop}) : populations, *

(\mathcal{F}_{cap}) : capacités nourricières, * (\mathcal{F}_{eq}) : déficits / surplus / couverture.

14.4 Flèches structurantes

* calcul nutritionnel :

```
[
\Phi : \mathcal{F}*{res}\times \mathbb{R}*{alim}\to \mathcal{F}_{cap}
]
```

* comparaison au réel :

```
[
\Psi : \mathcal{F}*{cap}\times \mathcal{F}*{pop}\to \mathcal{F}_{eq}
]
```

* classification :

```
[
\chi : \mathcal{F}_{eq}\to \Omega
]
```

15. Traduction en langage simple

Le modèle catégorique complet dit ceci :

* un pays n’est pas étudié isolément, mais comme **objet d’un réseau de relations** ; * un régime alimentaire est un **paramètre morphique** qui transforme toute la structure ; * les données locales des pays peuvent se **recoller** en visions régionales ou mondiales ; * les jugements comme “autosuffisant” ou “déficitaire” ne sont pas absolus, mais **internes à un contexte** ; * le tableau devient alors un **espace de navigation conceptuelle**, et non plus un simple tableau comparatif.

16. Point de vigilance

Je précise avec rigueur : ce que je viens de formaliser est un **modèle toposifiant appliqué**, très utile intellectuellement, mais ce n’est pas une démonstration au sens strict de la théorie des topos de Grothendieck telle qu’en géométrie algébrique.

Autrement dit :

* **oui**, on peut formaliser ce tableau comme un site, des faisceaux, une logique interne, des objets classifiants, des ponts ; * **non**, il ne faut pas faire croire qu’on a automatiquement un théorème mathématique profond sur l’alimentation.

C’est une **formalisation structurale forte**, pas une prétention abusive.

17. Conclusion

Le tableau devient, sous cette formalisation :

[\mathcal{T}_{alim}=\mathbf{Sh}(\mathcal{B},J)]

c’est-à-dire un **Topos de l’équilibre alimentaire**, où :

* les **objets** sont les situations territoriales et nutritionnelles, * les **morphismes** expriment les comparaisons, agrégations et changements de régime, * les **faisceaux** portent les données cohérentes, * la **logique interne** contextualise les jugements, * les **sections globales** font émerger la vision du système alimentaire mondial.

199 3 2

1)

\mathcal{B},J

From:
https://www.la-plateforme-stevenson.org/v4/ - **La Plateforme Stevenson**

Permanent link:
https://www.la-plateforme-stevenson.org/v4/connaissance/comprendrepage/equilibre_alimentaire_approche_topos_3?rev=1784118675

Last update: **2026/07/15 14:31**